REGULATION EN BOUCLE

DE LA VITESSE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU

Présentation du correcteur intégral

(démonstration sans utilisation de la transformation de Laplace)

Auteur : Jean Hugon

Utilisation du logiciel : Etude de la Régulation sur Simulateur (E.R.S.)

Génération 5

Chacun des éléments de ce système est connu des apprenants (Sections de techniciens supérieurs), ainsi que la résolution d'une équation différentielle. L'étude de cette boucle permet d'aborder les principes essentiels de l'asservissement et de la régulation dans le cas de régimes de vitesses stationnaires établis.

La présentation peut être illustrée d'animations sur simulateur informatique.

La chaîne directe

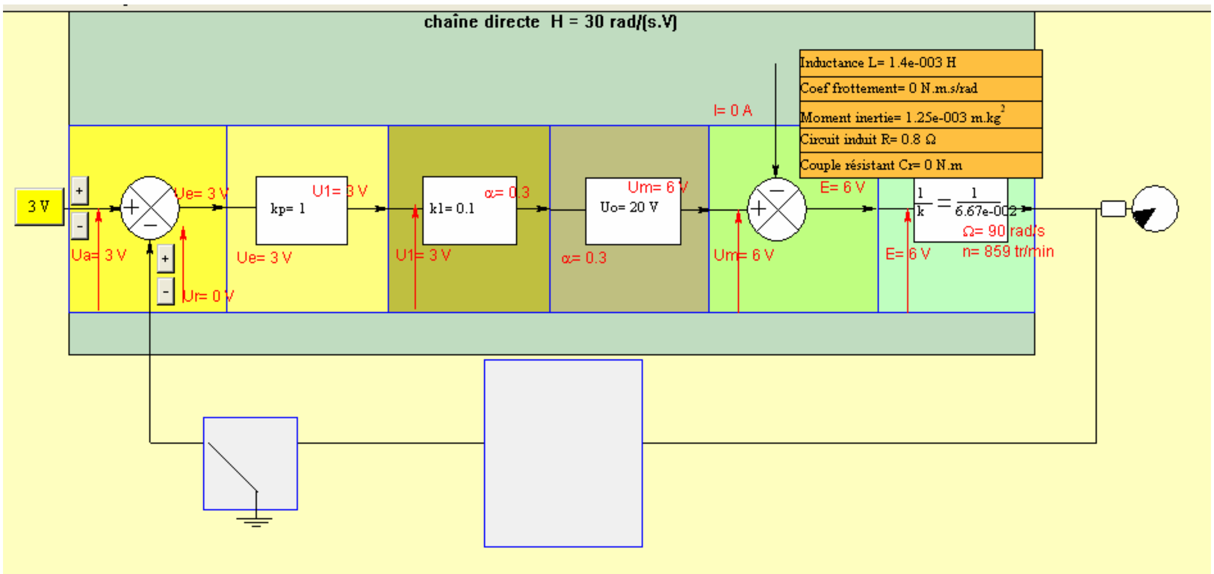

figure 1

Elle se compose, en partant de la droite :

- d'un **moteur à courant continu** à excitation indépendante parfait de constante k= E/Ω =C/I, de transmittance Ω/E = 1/k
- d'**une perturbation** R.I due à l'intensité absorbée par le moteur réel, de transmittance E/Um =1 à vide
- d'**un hacheur** parfait alimenté sous la tension Uo par le rapport α, de transmittance Um/α = Uo
- d'une **commande de transmittance** α/U1 = k1 = 0,1 (U1 de 0 à 10 V , α de 0 à 1)
- d'un **amplificateur proportionnel de transmittance** U1/Ue = kp = 1
- d'**un opérateur de différence** fournissant Ue=Ua-Ur=Ua
- d'**une consigne** de tension Ua

Sa transmittance (produit des transmittances) est H = Ω/Ua = kp.k1.Uo.(E/U).1/k en $rad.s^{-1}V^{-1}$
Remarque : les deux derniers éléments sont inopérants pour le moment.

La transmittance de la perturbation E/U n'est constante qu'à vide (E/U=1) ou sous frottement proportionnel à la vitesse.

On pose $H = kp.H'$ (1)

avec H' transmittance de l'ensemble hacheur,moteur ; $H'=30\ rad.s^{-1}.V^{-1}$ sur la figure 1.

Avec le simulateur E.R.S, dans le module I, principe de la régulation (AREGU.EXE) vérifier la proportionnalité de la vitesse à vide à la tension de consigne $\Omega/Ua = H$

Sous Ua=3 V relever le ralentissement dû à un couple résistant (voir dans la partie GRAPHES)

<u>Remarque :</u> le module permet l'étude séparée de chaque élément ainsi que celle de la construction progressive de la chaîne.

La boucle ouverte

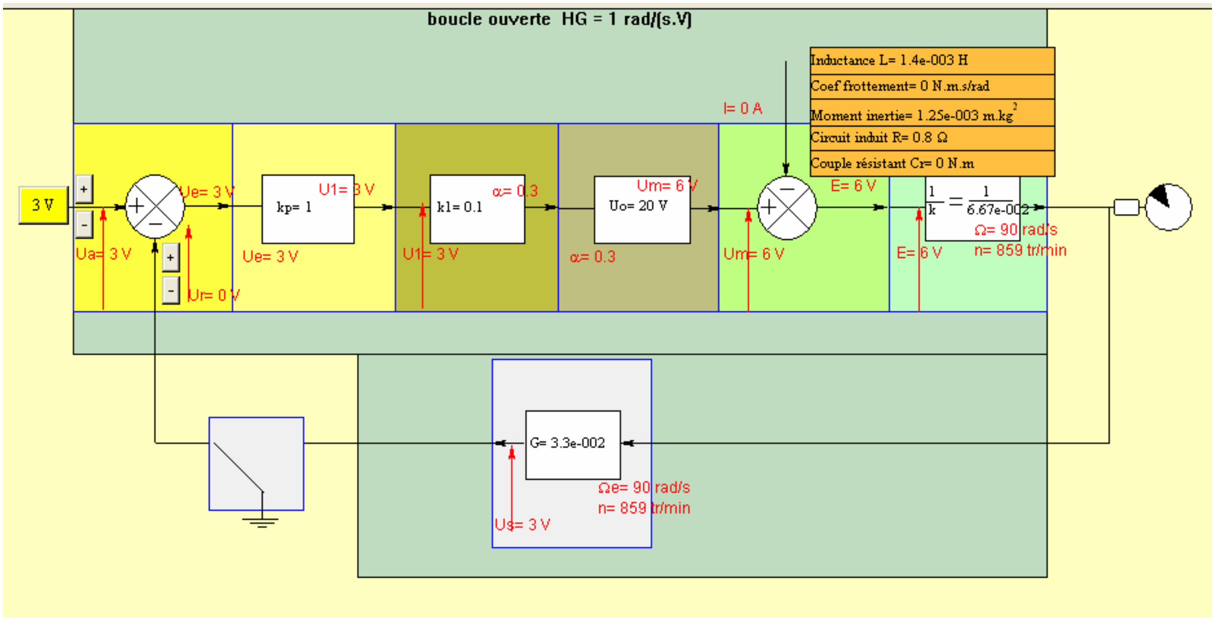

figure 2

Un tachymètre optique de transmittance $G = Us/\Omega$ V.s.rad-1 capte la vitesse Ω du moteur et fournit la tension Us.

Remarque : la valeur de G, proche de 1/H, est d'intérêt pédagogique ; la boucle, de transmittance H.G = 1 est alors dite unitaire.

Boucle fermée

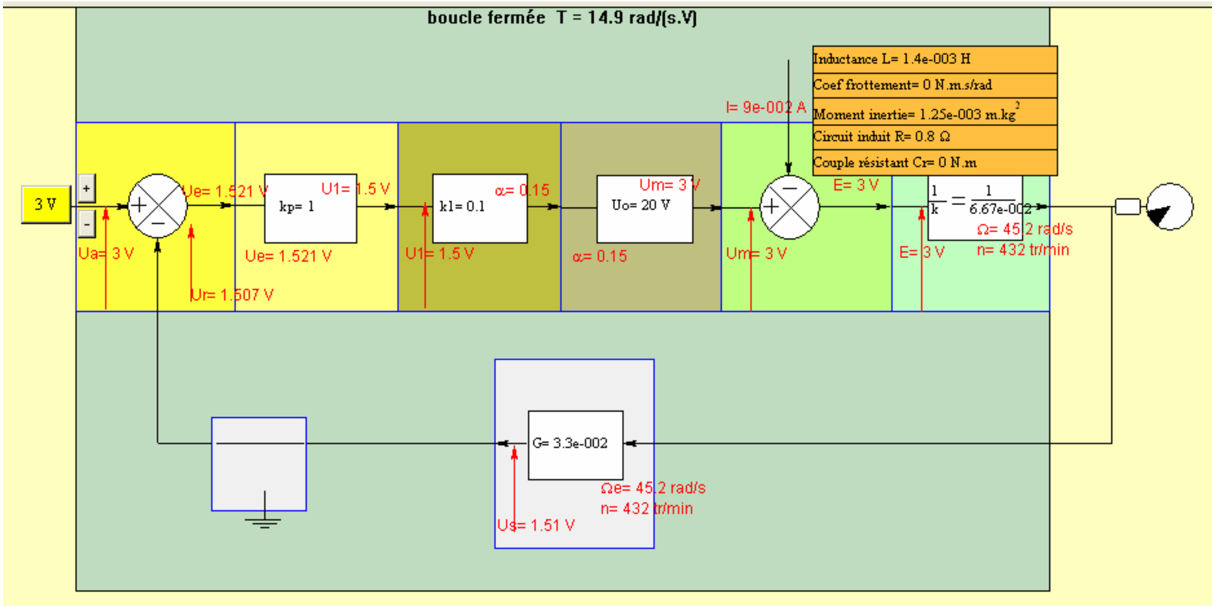

Figure 3

L'interrupteur est fermé. Le système fonctionne dans de tout autres conditions :

Tension d'erreur	Ue = Ua – Us
Chaîne directe	Ω = Ue.H
Tachymètre	Us = G.Ω

Il vient : Ua = Ue + Us = Ue + G.Ω = Ue + G.Ue.H = Ue(1 + G.H)

Comme Ue=Ω/H Ua = (1 + G.H).Ω/H

D'où la transmittance T = Ω/Ua de la boucle fermée :

$$T = H / (1 + G.H) \qquad (2)$$

Remarques:

- dans le cas de la boucle unitaire fermée (G.H = 1) on obtient T = H/2 (pratiquement le cas figure 3)
- supposons que nous réduisions G (et donc Us) d'un dixième de leur valeur ; la tension d'erreur Ue prend la valeur Ua/10. En donnant à kp la valeur 10 on rétablit la même tension de commande du hacheur et la même vitesse du moteur qu'avec la chaîne directe.

L'opération peut être simulée sur le module AREGU.EXE ; observer alors le ralentissement dû au couple perturbateur : il est très inférieur à celui obtenu avec la chaîne directe. La boucle fermée exerce une REGULATION. On peut constater qu'en augmentant le coefficient kp de l'amplificateur proportionnel on améliore la régulation.

Par son action sur la tension d'erreur Ue, amplifiée par le multiplicateur kp, le tachymètre exerce la régulation.

La vitesse, grandeur de sortie est donc $\Omega = T.Ua = H.Ua/(1+G.H)$ (3)

La tension d'erreur est $Ue = \Omega/H = Ua/(1+G.H)$ (4)

Vitesse de consigne; erreur statique ; transmittance limite.

Les réglages précédents à la fois sur G et kp ne sont pas ceux pratiqués. Il faut définir clairement la grandeur de sortie obtenue (vitesse du moteur à vide) pour une consigne Ua donnée en boucle fermée.

La transmittance (formule 2) $T = H / (1 + G.H) = 1/(G+1/H) = (1/G).(1/(1+G.H))$

peut se développer

$$T = (1/G).(1 - 1/G.H + 1/(G.H)^2 - \ldots..)$$

$$T = 1/G - 1/G^2.H + 1/G^3.H^2 - \ldots.. \quad (5)$$

La vitesse $\Omega = T.Ua = Ua/G - Ua/G^2.H + Ua/G^3.H^2 - \ldots.$

en posant $\Omega_{cons} = Ua/G$ (6) vitesse de consigne

et $\varepsilon = Ua/G^2.H - Ua/G^3.H^2 + \ldots.$ (7) erreur stationnaire

devient $\Omega = \Omega_{cons} - \varepsilon$

La vitesse de consigne Ua/G est déterminée par la tension de consigne et le tachymètre.

Il devient possible de graduer la consigne en unité de vitesse.

La différence entre la vitesse de consigne et la vitesse réelle est l'erreur stationnaire ε . Elle-ci diminue lorsqu'on augmente H, par accroissement de kp.

Le terme 1/G dans l'expression de la transmittance T en boucle fermée (formule (5)) apparaît comme une valeur limite lorsque H augmente. Pour H infini, et une tension d'erreur infiniment petite (cf formule (4)) la transmittance limite prend la valeur 1/G uniquement déterminée par le tachymètre.

Pour G = 0,03 V.rad-1.s , Ua = 3 V , H' = 30 rad.$s^{-1}.V^{-1}$ on dresse le tableau

kp	5	10	20	40	80	infini
H = kp.H' rads^{-1}V^{-1}	150	300	600	1200	2400	infini
T=H/(1+G.H) rads^{-1}V^{-1}	27,3	30	31,6	32,4	32,9	1/G=33,3
Ω = T.Ua rad/s	81,8	90	94,7	97,3	98,6	Ω_{cons}=100
$\varepsilon = \Omega_{cons} - \Omega$ rad/s	18,2	10	5,3	2,7	1,4	0

Précision : la précision d'un système bouclé est habituellement évaluée par la tension d'erreur Ue = Ua – Us , soit d'après (6) et le tachymètre **Ue** = $G.\Omega_{cons} - G.\Omega = G(\Omega_{cons} - \Omega) =$ **G.** ε.
La précision correspond au facteur G près, à l'erreur stationnaire, G représentant le module dela transmittance du tachymètre.

Remarque 1 : dans le cas particulier de la chaîne unitaire (H.G = 1) la transmittance limite 1/G est égale à la transmittance H de la chaîne directe. La vitesse de consigne est dans ce cas fournie par la chaîne directe.

Remarque 2 : les valeurs de kp élevées qui améliorent la régulation et réduisent l'erreur stationnaire, peuvent provoquer une instabilité du système, la vitesse du moteur se mettant à osciller avec une amplitude croissante.

On peut observer l'instabilité sur le module AREGU.EXE pour G=0,04 du tachymètre, Ua = 3 V (vitesse de consigne 3/0,04 = 75 rad/s) lorsque kp atteint 40.

<u>Application :</u> Dans les conditions H' = 30 rad.$s^{-1}.V^{-1}$, kp = 20 , G = 0,01 V.rad^{-1}.s , déterminer pour Ua = 6 V la vitesse de consigne, la vitesse et l'erreur stationnaire.

<u>Application :</u> Etablir pour une valeur G déterminée du tachymètre (G = 0,01 V.rad^{-1}.s par exemple) la graduation en rad/s de l'échelle des valeurs de la consigne Ua de 0 à 8 V.

La transmittance limite et la vitesse de consigne définies en tant que limites, vont devenir accessibles grâce à l'adjonction d'un correcteur intégral.

Le correcteur intégral

Le correcteur intégral (I) ajoute, à tout instant t après son branchement, sa tension de sortie Ui à celle de l'amplificateur proportionnel Up. Ui est proportionnelle à l'intégrale de la tension d'erreur Ue calculée jusqu'à l'instant t.

$$Ui = ki.\int_o^t Ue.dt$$

A l'instant t=0 de son branchement l'intégrale est initialisée à 0 V.

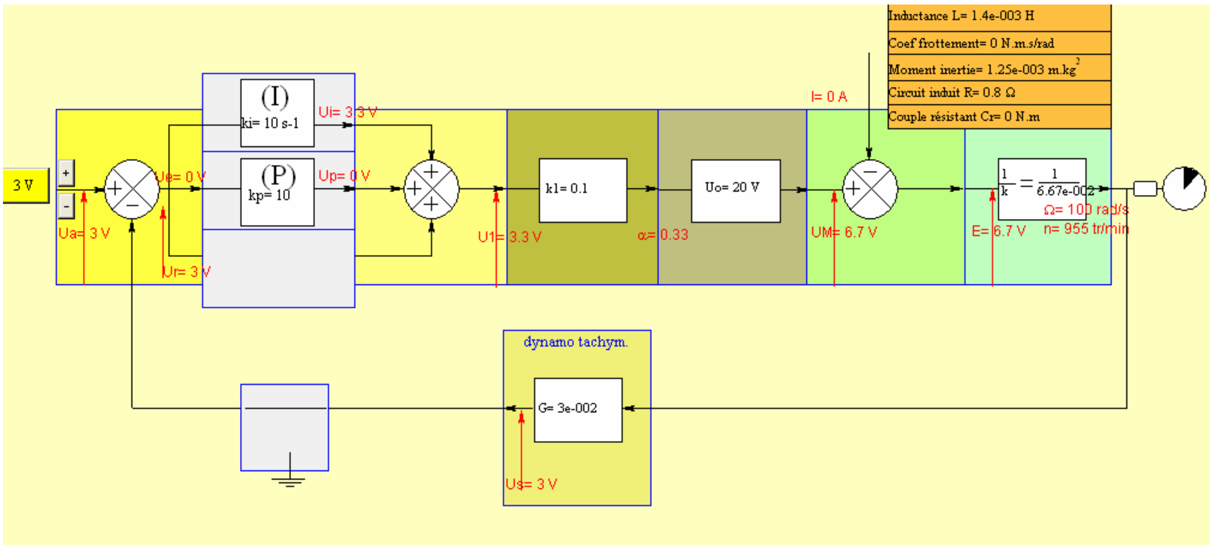

Figure 4

Equations de fonctionnement :

Tension d'erreur : $Ue = Ua - Us$

Tachymètre : $Us = G.\,\Omega$

Ampli. Proportionnel: $Up = kp.Ue$

Correcteur intégral : $Ui = ki.\int_o^t Ue.dt$

Chaîne H' $\Omega = (Ui + Up).H'$ (avec H=kp.H' pour la chaîne directe)

Soit $\Omega = (ki.\int_o^t Ue.dt \;\; + kp.Ue\ ).H'$

Les deux premières équations donnant

$$Ue = Ua - G.\,\Omega$$

on y porte Ω :

$$Ue = Ua - G.\,(ki.\int_o^t Ue.dt \;\; + kp.Ue\ ).H'$$

$$G.H'.ki.\int_o^t Ue.dt + Ue.(1 + G.kp.H') = Ua$$

$$\int_o^t Ue.dt + Ue.(1 + G.kp.H')/\ G.H'.ki = Ua/\ G.H'.ki$$

équation différentielle en Ue=f(t) pour laquelle on cherche une solution de la forme

$Ue = M.e^{at}$ et $\int_o^t Ue.dt = (M/a).\ e^{at}\Big|_o^t = M/a.\ (e^{at} - e^{o}) = M/a.\ (e^{at} - 1)$

Que l'on place dans l'équation différentielle.

$M/a.\ (e^{at} - 1) + M.e^{at}.(1 + G.kp.H')/ G.H'.ki = Ua / G.H'.ki$

$- M/a + M.e^{at}.[\ 1/a + (1+ G.kp.H') / G.H'.ki\ ] = Ua / G.H'.ki$

équation différentielle vérifiée si :

- le terme entre crochets est nul : $1/a = - (1+ G.kp.H')/ G.H'.ki$
  - soit $a = - G.H'.ki / (1+ G.kp.H') = = -G.H'.ki / (1+ G.H)$
    - avec $kp.H'= H$ (ch. directe)

- et les termes constants sont égaux : $M/a = - Ua / G.H'.ki$

soit $M = - a.\ Ua / G.H'.ki = G.H'.ki / (1+ G.H) \times Ua / G.H'.ki = Ua / (1+ G.H)$

la tension d'erreur Ue est donc $Ue = [\ Ua / (1+ G.H)\ ].e^{-[G.H'.ki / (1+ G.H)].t}$

elle s'annule pour t infini. Son module $M= Ua / (1+ G.H)$ est égal à la tension d'erreur trouvée en (4).

La tension Ui de sortie du correcteur intégral est $Ui = ki.\int_o^t Ue.dt = M/a.\ (e^{at} - 1)$

Soit $Ui = ki.\ (- Ua / G.H'.ki\ ) .\ (e^{at} - 1) = - (Ua / G.H'\ ) .\ (e^{at} - 1)$

Comme a est négatif, pour t infini elle prend la valeur $Ui = Ua / G.H'$

<u>Conclusion :</u> pour le régime stationnaire établi au bout d'un temps infini après le branchement du correcteur intégral :

La tension d'erreur Ue s'annule ;

La tension Up fournie par l'ampli. proportionnel $Up = kp.Ue$ s'annule ;

La tension Ui de l'intégrateur devient $Ui = Ua / G.H'$

La vitesse $\Omega = (Ui + Up).H'$ devient $\Omega = (Ua / G.H' + 0).H' =$ **Ua / G** égale à la **vitesse de consigne ;**

L'erreur stationnaire s'annule ;

La transmittance du système devient **$T = \Omega / Ua = 1 / G$** égale à la **transmittance limite.**

Simulation : le module étude de la précision (APRECI.EXE) du simulateur E.R.S. permet d'observer l'action du correcteur intégral sur les valeurs de sortie des différents éléments da la boucle.

Commentaire : considérons la boucle fermée en état stationnaire sans correcteur intégral , à la vitesse Ω = Ua.H / (1+G.H) avec la tension d'erreur Ue = Ua / (1+G.H) .

En intervenant la tension Ui du correcteur intégral accroît la vitesse du moteur, ce qui, via le tachymètre, réduit la tension d'erreur Ue et la tension Up de l'ampli proportionnel.

Le processus se poursuit jusqu'à l'annulation exponentielle de Ue et Up et la stabilisation de Ui de l'intégrateur dont la somme n'augmente plus.

Remarques : la vitesse de consigne, exactement atteinte, est uniquement déterminée par le tachymètre pour une tension de consigne donnée. Elle est proportionnelle à la tension de consigne.

Elle est indépendante des éléments de la chaîne directe (moteur, hacheur, ampli proportionnel)

Un couple perturbateur provoquant une diminution de la transmittance du moteur , sera également compensé, la vitesse reprenant progressivement la vitesse de consigne sous l'action du correcteur intégral.

Simulation : le module APRECI.EXE permet l'observation de ces phases transitoires et la mesure des régimes d'équilibre.

Le correcteur dérivé.

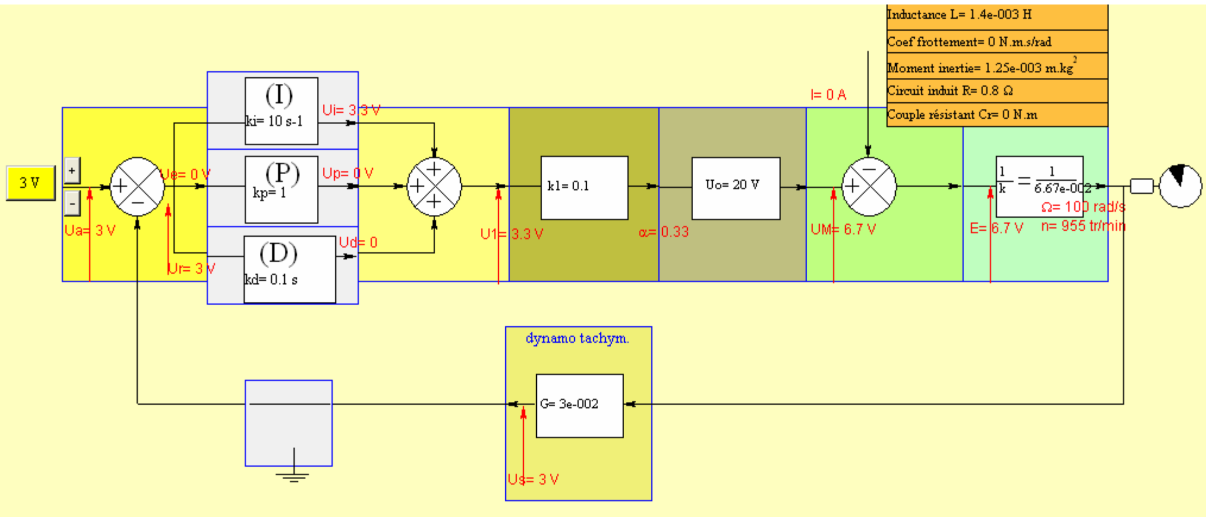

figure 5

Le correcteur dérivé (D) fournit une tension Ud proportionnelle à la rapidité de variation de la tension d'erreur Ue :

Ud = kd. d(Ue)/dt ,

qui s'ajoute aux tensions Up de l'ampli. proportionnel et Ui du correcteur intégral.

Inactif en régime stationnaire établi (d(Ue)/dt = 0) , il peut accroître la rapidité de réaction du système dans les régimes transitoires, dans la mesure où la saturation du hacheur n'est pas atteinte.

L'ensemble des trois contrôleurs constitue la commande dite P.I.D .

De nombreuses simulations peuvent être effectuées sur le module II, étude de la précision (APRECI.EXE) .

Etude de la stabilité

On a vu que le système en boucle fermée peut devenir instable lors d'un fonctionnement en grande amplification.

La cause est essentiellement due à ce qu'un retard dans la transmission de la chaîne entraîne un décalage entre la tension d'erreur et l'alimentation du moteur. Des oscillations prennent naissance pouvant présenter un phénomène de « pompage » .

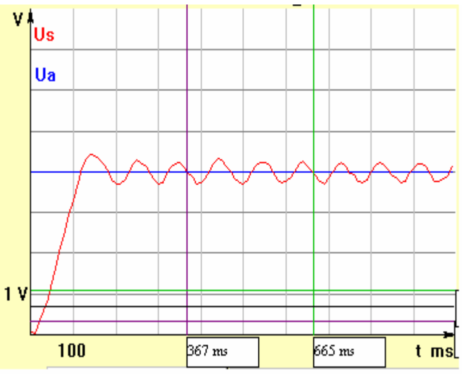

figure 6 :graphe de Us du tachym.

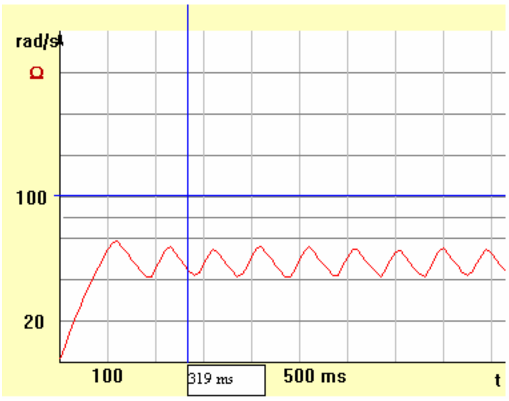

figure 7 : graphe de la vitesse

Des tests en boucle ouverte à faible amplification permettent de prévoir une éventuelle instabilité en boucle fermée du système : on étudie le comportement du système soumis à une consigne à composante sinusoïdale pour toute une gamme de fréquences. Les caractéristiques de sa transmittance (module, déphasage) sont reportées graphiquement en fonction de la fréquence (ou de la pulsation) . Graphes de Nyquist ou de Bode.

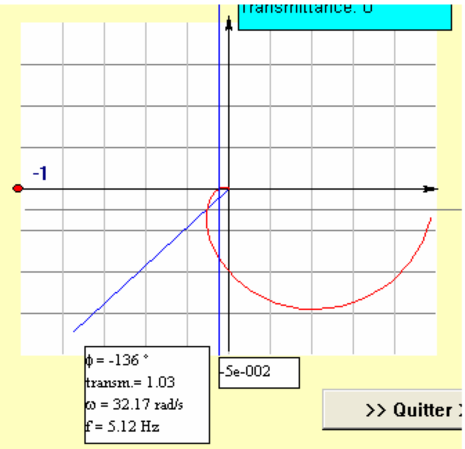

figure 8 diagramme de Nyquist

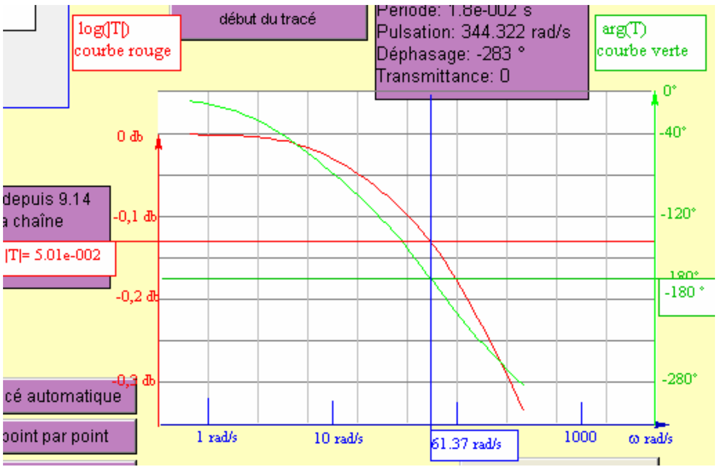

figure 9 diagramme de Bode

Sur les deux diagrammes : pour une phase –180° la transmittance en boucle ouverte G.H présente un module de 0,05 . conséquence : avec une amplification proportionnelle 20 fois plus grande elle prendra la valeur –1 complexe et provoquera une indétermination dans la transmittance de la boucle fermée H / (1 +G.H) d'où une instabilité.

Pratiquement l'étude peut être menée de deux façons :

1) Construction mathématique des graphes lorsque les fonctions sont connues ou modélisées par identification.

2) Relevé expérimental du module et du déphasage des variations de la vitesse (la grandeur de sortie à maîtriser) par rapport à la consigne sinusoïdale pour une série de fréquences, en boucle ouverte.

Le module ASTAB.EXE du simulateur E.R.S. permet de simuler les deux possibilités. Le remplacement de la dynamo tachymétrique (supposée parfaite) par le tachymètre optique provoque une instabilité.

Conclusion

Compte tenu des pré-requis en B.T.S. nous présentons les principes essentiels des systèmes bouclés : régulation face à une perturbation, asservissement et précision par rapport à la commande de contrôle (vitesse de contrôle, contrôleur P.I.D.), stabilité. L'accès rapide à un simulateur informatique permet d'illustrer point par point le cours, sans remplacer le montage expérimental en Travaux pratiques.

Bibliographie

Manneville F. Esquieu J. Electronique Systèmes bouclés linéaires, de communication et de filtrage. Dunod.

Sermondade C. Toussaint A. Régulation Tome 1 Régulation élémentaire, notions de base, éléments de régulation. Nathan.

Sermondade C. Toussaint A. Régulation Tome 2 Identifications, stabilité, réglages . Nathan.

Dubos J.P. Lafargue J. Le Goff R. Physique appliquée. Electrotechnique. Electronique de puissance TF3. Collection Mérat R. Moreau R. Nathan

Logiciel

Hugon Jean. E.R.S. (Etude de la Régulation sur Simulateur) - Edition Génération 5 (http://www.generation5.fr)